

# 表計算ソフトを用いた振動診断のシミュレーション

浅尾 慎一 \*1, 是平 光樹 \*2, 田端 司 \*2, 中西 祥太 \*2

Simulation of Vibration Diagnosis Using Spreadsheet Software

Shinichi ASAO\*1, Mitsuki KOREHIRA\*2, Tsukasa TABATA\*2 and Shota NAKANISHI\*2

**Synopsis :** Vibration diagnostics is a typical method of machine maintenance widely used in the industrial field. The vibration diagnosis is a method of equipment maintenance based on equipment diagnosis technology. In recent years, this has been made better by improvements in analysis accuracy and automation of the work. However, there is currently a generational change in the number of technicians. The issue of human resource development has been raised because most vibration diagnoses have been performed manually. The purpose of this study is to understand waveform analysis techniques used in vibration diagnostics from the viewpoint of human resource development in vibration diagnostics. Spreadsheet software is used for waveform analysis. The results confirmed the consistency of the sampling theorem, the integral process, and the FFT analysis. The validity of the analysis method in the vibration diagnostics method was proved.

(Received Sep. 9, 2022)

**Key words :** vibration diagnosis, spreadsheet software, sampling theorem, fast Fourier transform

## 1. 序 論

### 1.1 研究背景

保安全管理は設備の安定的な稼働および維持を目的としており、定量的な指標を基準に実施され、1960年代に設備診断技術<sup>1)</sup>として誕生した。設備診断技術に用いられる指標は保全対象によって多岐にわたるが、設備保全においては異常原因の早期検知性や解析手法の確立により、主な保全手法として振動診断法が用いられ、異常の検知や故障箇所の特長などに貢献している。

設備維持を目的とした保全方式は、設備診断技術<sup>1)</sup>に示される予防保全(時間基準保全・状態基準保全)と事後保全の二種類に大別される。予防保全とは対象設備の定期的な保全により、故障に至る前に点検・修

理を行う手法である。稼働時間を基準に保全を実施する時間基準保全と、設備の状態観察や定量的な製品寿命を基準にした状態基準保全に分類される。これらの保全方式は設備の特性や稼働状況に適した運用が行われ、長所として定期的な保全作業により対象設備の状態を良好に保つことができる点が挙げられる。また、事前に保全計画を立案し、生産管理に組み込むことで設備の稼働率や長期的な業務内容の見通しなどのスケジュールを立てられるなどの利点がある。事後保全とは、設備の故障が確認された段階で行う保全方式であり、対象となる設備の保全内容は重大な故障に該当する場合が多い。この原因として定期的な保全(予防保全)で見落とされた箇所が重大な故障に発展する場合が多い傾向にあり、設備の稼働率に大きな支障をきたす。

\*1 産業技術短期大学 准教授 博士(工学) 機械工学科

\*2 産業技術短期大学 機械工学科 2021年度 卒業生

工場設備の円滑な運用において、対象設備の保全管理は必要不可欠である。近年ではIT産業の発達、人的被害や不良品の削減、作業効率の向上などを背景にFactory Automation (以下、FA) の流れを汲んだ工場が数多く存在しており、保守管理業務においてもデータの採取や処理を自動化する傾向にある。また、各種センサやソフトウェアの性能向上に起因して、従来の振動診断法を用いた解析においても解析精度の向上が見受けられる。これより、作業の効率化および簡略化が進行し、振動診断法における作業の利便性が飛躍的に向上した。

実際の保全管理において得られる振動解析結果は、様々な要因が反映されたものである。例を挙げると部品や製品構造などの適切な採用、材料特性や製品環境を加味した素材の選定などによる設計的要因、周辺設備の影響や地盤など地理的要因、運転期間や製品寿命、メンテナンスの有無などによる運用的要因などが挙げられる。これら複合的な要因が関係している点から、高度な知識と技能が要求される。加えて、前述のFAの導入、各種センサやソフトウェアの性能向上などにより、扱うデータ数が膨大かつ多岐にわたる。ゆえに、昨今の保全管理に携わる技術者にはデータサイエンティストとしての技能やノウハウなども必要とされている。

このように、振動診断法は専門性の高い業務内容になっている。しかしながら、人材育成の問題提起が行われており、教材の不足やノウハウの伝承体系が確立されていないなどの問題点が指摘され、実際の現場では、マンパワーによる業務遂行が平常化しているのが実情である。この問題の背景には振動診断法の専門性の高さのみならず、保全対象設備の特殊性や On the Job Training 中心による教育が深く浸透しており、指導する人材が不足している点<sup>2)</sup>なども原因として挙げられることから、技術者による技能や経験の差は環境による要因が多くを占めることが窺える。

以上の研究背景より、振動診断法における問題点として人材育成の課題が以前から存在しており、大部分が教材の不足や教育手法の問題による環境的要因である。これらの解消を目的としたアプローチとしてシミュレータの作成を目標とし、本研究では数値シミュレーションを用いた計算結果の妥当性の検証を実施した。

本研究では、振動診断法について学術的な論理に基づいて計算およびデータ処理を実施し、設備診断技術

で用いられる振動診断法の妥当性について検証及び考察を実施する。研究する項目は振動診断の要である『標本化定理』、『積分処理』、『FFT解析』であり、計算に用いるソフトウェアとしてMicrosoft社のExcel2016を使用する。

## 1.2 記号

本文中を通じて用いる記号をここに示す。また、ここに指定した記号以外の説明は本文中にて指定する。

$f(t)$	時間波形
$F(k)$	周波数波形
$w(t)$	窓関数
$\alpha$	振幅
$t$	時間
$T$	周期
$f$	周波数
$\omega$	角周波数
$\phi$	初期位相
$f_{\max}$	ナイキスト周波数
$\Delta T_s$	サンプリング周期
$f_s$	サンプリング周波数
$\Delta N$	データ番号
$A$	加速度
$V$	速度
$D$	変位
$N$	データ総数
$n$	任意の整数
$k$	任意のデータ数
$C$	積分定数

## 2. 実験原理

### 2.1 振動診断に用いられる評価値

振動診断の評価は対象設備に取り付けたセンサより採取された波形によって行われ、これらの波形は様々な要素を含んだ複雑波形である。波形は縦軸に振幅、横軸に時間を表し、この波形から様々な評価を行う。

振動波形の例を以下に示す。また、振動診断における波形の定量的な評価値として、最大値、実効値が挙げられる。Fig. 1 に振動波形の例、Table 1 に評価値の計算方法を示す。

Table 1 Quantitative evaluation value of waveforms.

最大値 (Peak 値)	振幅の最大値
実効値 (RMS 値)	一定区間の波形を二乗平均平方根で表した値
<定義式> $RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T  f(t) ^2 dt}$	

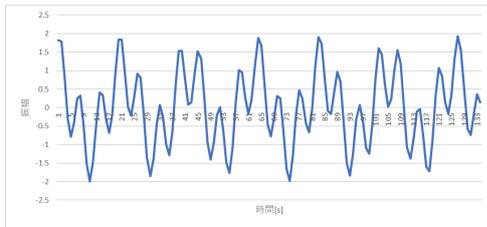


Fig. 1 Example of vibration waveform.

振動解析において得られる波形は複雑なものであり、振幅が一定ではないため波形の定量的な評価が困難である。そのため、波形の評価方法として、実効値を利用することで波形を一定の尺度で評価することが可能である。

### 2.2 振動解析における周波数と振動におけるパラメータの関係

振動波形において『1秒間に何回振動したか』を表す指標として周波数が用いられる。Tを周期とすると、周波数 f は以下の式 (1) で示される。

$$f = \frac{1}{T} \tag{1}$$

また、振動により測定される波形には変位、速度、加速度の3つのパラメータが存在する。これらのパラメータの特性と事例を Table 2 に示す。

振動によるパラメータにおいて、速度および加速度は周波数が関係していることから、波形より算出された周波数によって異常の原因を特定することが可能である。

また、変位、速度、加速度はそれぞれ時間微分、時間積分を行うことで相互に求められ、変位の微分では速度、速度の微分では加速度が示される。一方で、加速度の積分では速度、速度の積分では変位が示される。

### 2.3 標本化定理

標本化定理とは、アナログ信号をデジタル信号に変換する際に用いられる定理であり、振動診断法においては時間波形で出力されたアナログ信号を周波数波形のデジタル信号に変換する際に用いられる。

時間波形の標本化について、隣り合うデータ数の時間間隔をサンプリング周期といい、サンプリング周期の逆数をサンプリング周波数という。

$$f_s = \frac{1}{\Delta T_s} \tag{2}$$

また、周波数波形において表される最大周波数をナイキスト周波数といい、標本化定理よりサンプリング周波数とナイキスト周波数の関係<sup>3)</sup>は式 (3) で示される。

$$f_s > 2f_{max} \tag{3}$$

式 (3) より、サンプリング周波数はナイキスト周波数の2倍より大きな値に設定して解析を行わなければならない。時間波形の周波数とサンプリング周波数の関係について、周波数成分の取りうる範囲は式 (4) のように設定される。

$$0 < f < \frac{1}{2}f_s \tag{4}$$

サンプリング周期について式 (4) の条件を逸脱した場合、周波数波形に示される周波数スペクトルにはエイリアシングが確認される。エイリアシングとは、周波数波形において確認される誤った解析結果であり、周波数成分に架空の成分が検出される事例である。エイリアシングの原因は、サンプリング周波数が適切でないことから、標本化の際に時間波形の始点と終点に重ね合わせが生じるためである。

実際の振動計測装置では、サンプリング周波数の値が 2.56 倍の設定されている。これは FFT の特性上、データ数が 2 の累乗に制限されることに加えて、コンピュータの基本単位である 8 ビットで処理しやすく、 $2^8 = 256$  が利用されているためである<sup>4, 5)</sup>。

Table 2 Parameters, characteristics, and examples used in vibration analysis.

パラメータ	特性	事例
変位 (Displacement)	振動による変位により示される特性. 振動による動きそのものが異常の原因となり, 波形においては振幅で示される. <定義> $D$	回転機械の軸ずれ, ウォーターハンマー
速度 (Velocity)	振動による変位と繰り返し数により示される特性. 振動による疲労が問題とされる異常であり, 単位時間当たりの変位で示される. <定義式> $V = 2\pi f D$	回転機械における軸部の潤滑不足と磨耗, ミスアライメント
加速度 (Acceleration)	振動による衝撃的な力が問題とされる異常であり, 設備に瞬間的に大きな力が作用したことを示す. <定義式> $A = (2\pi f)^2 D$	部品及び材料の欠損, 締結部品の脱落

## 2.4 積分処理

振動の測定を行うセンサは, 測定用途や製品適性によって様々な種類や方式のセンサを使い分ける. その中でも, 高周波帯の振動測定に広く用いられているセンサが加速度センサであり, 前述のとおり採取した波形を積分処理することにより, 速度成分及び変位成分が示される.

しかし, 実際に採取された波形そのものに対して積分処理を行う場合, 以下に示す諸問題のため正確なデータが得られない傾向がある. 一つ目は, 測定された振動波形に複数の要素による振動波形が含まれるためである. これはノイズと呼ばれる要素で, センサに直接作用する外乱や測定対象を伝播する低周波の振動などが例として挙げられる<sup>6)</sup>. 実際の解析では特定の波形成分と不要な波形成分に分類するフィルタ処理が施され, 具体的な手法として窓関数が用いられる. 二つ目は, 周期関数の積分は時間経過によって値が発散するためである<sup>6)7)</sup>. 振動波形はフーリエ級数展開より, 以下の式(5)で示される.

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \sin nt) \quad (5)$$

式(5)より, 波形は sin 波, cos 波を含んだ式で表現されるため, 積分処理の実施により時間経過につれて発散することが示唆される.

Excel における積分処理には台形積分法を用いる. 台形積分とは任意の離散データ区間を台形と見なして

面積を求めることにより, 積分解を近似する手法である. このとき, 台形の上辺と下辺はサンプリング周期により決定する.

## 2.5 FFT 解析

FFT(Fast Fourier Transform) 解析とは, 複雑な波形について周期性を持つ単調な波形に変換する解析手法である. FFT 解析により変換された振動波形は, 周波数スペクトルを示すことから振動診断法に広く用いられている.

FFT 解析はフーリエ変換を用いた計算アルゴリズムの高速化であり, 基本となる式は離散フーリエ変換, 逆離散フーリエ変換によって示される. 式(6)に離散フーリエ変換, 式(7)に逆離散フーリエ変換の式を示す.

$$F(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n)e^{-i\frac{2\pi}{N}nk} \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (6)$$

$$f(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F(k)e^{-i\frac{2\pi}{N}nk} \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad (7)$$

式(6)より, 時間波形の離散データが  $f(n)$ , 演算子が  $e^{-i\frac{2\pi}{N}nk}$  である. 演算子を  $W$  とし, 行列の形態で表す

と、式 (8) が示される。

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} F_0 \\ F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_{N-1} \end{bmatrix} \\
 = & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W & W^2 & \dots & W^{(N-1)} \\ 1 & W^2 & W^4 & \dots & W^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & W^{(N-1)} & W^{2(N-1)} & \dots & W^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \\
 & \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{N-1} \end{bmatrix} \tag{8}
 \end{aligned}$$

右辺第 1 項を回転因子といい、離散フーリエ変換ではデータの数だけ計算が実行される。

式 (8) についてデータ数を 2 の累乗個に限定し、バタフライ演算を導入することで演算回数を減らす計算手法が FFT である。また、FFT と逆の操作を行う手法を IFFT (Inverse Fast Fourier Transform) といい、式 (7) のバタフライ演算より周波数スペクトルに対して時間波形への変換を行う。

### 2.6 窓関数

FFT 処理により得られる計算結果は、時間波形の一区間が連続しているものとして計算を行う。しかし、解析に用いた時間波形の始点と終点が一致していない場合においては、不連続なデータを連続したデータであるとみなして計算を実行するため、漏れ誤差 (リーケージ誤差) が生じる。漏れ誤差による周波数波形への影響は周波数スペクトルの減衰や周波数スペクトル近傍で誤差値などが確認される。

これらの対処法として窓関数が用いられる。窓関数は解析前のフィルタ処理に用いられる関数であり、窓関数を処理後の時間波形は始点と終点が一致することから、不連続なデータを連続したデータとして定義することができる。時間領域における窓関数の波形は、一般に時間領域の中心に山形を示し、両端は平滑な概

形を示す。窓関数による処理により、周波数領域での波形は側帯波が低く、中央の周波数分解能が落ちる傾向にある<sup>8)</sup>。

例として式 (9) に時間領域でのハミング窓の式を示す。また Fig. 2 に窓関数の例としてハミング窓の波形を示す。

$$w(t) = \begin{cases} 0.54 + 0.46 \cos 2\pi \frac{t}{T} & \left( |t| \leq \frac{T}{2} \right) \\ 0 & \left( |t| > \frac{T}{2} \right) \end{cases} \tag{9}$$

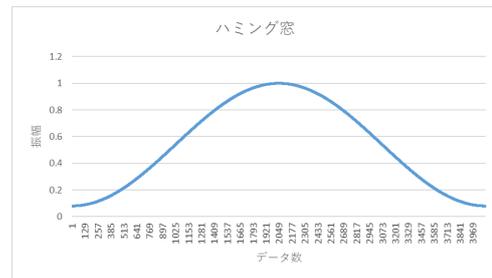


Fig. 2 Humming window waveform.

## 3. 実験方法

本研究では Microsoft 社の表計算ソフトウェア Excel を用いて三つの実験および検証を実施する。各実験では波形の生成より最大値や周波数スペクトルなどの数値を比較する。

Excel の基本操作方法を Table 3 に示す。各研究において波形の生成から周波数波形への変換は Table 3 の手順で行う。

## 4. 実験 I : 標本化定理

本項では、数値シミュレーションにおける標本化定理についての解析結果を示す。実験 I では、サンプリング周期の設定による解析結果への影響を検証し、標本化定理を満たす波形と見たさない波形の二種類より、FFT 解析を実施することで各数値の比較を行う。

### 4.1 計算条件

実験 I にて検証をする各波形の条件を Table 4 に示す。

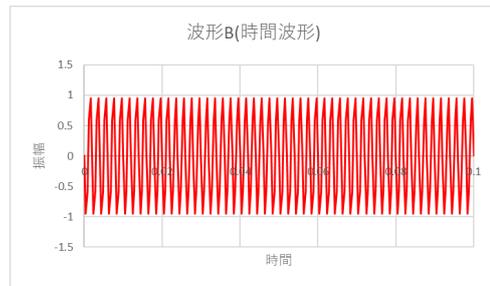
また、Fig. 3, Fig. 4 に Table 4 に示す波形 A と波形 B の時間波形を示す。

**Table 3** Operating procedures in spreadsheet software.

手順	説明
実験条件より波形を生成	実験条件より波形を合成する. 波形の合成に用いる式を式 (10) に示す. $f(t) = \alpha \sin(\omega t + \phi) \tag{10}$
フーリエ変換の実行	Excel のデータタブよりデータ分析を選択し, フーリエ変換を実行する.
絶対値処理の実行	フーリエ変換により出力された数値は複素数を含むので, 絶対値で表示するため IMABS 関数を用いて再度, 出力する.
周波数の出力	離散的なデータを得るために, 有限データ数 (サンプル数) を定義する. サンプル周期にあるデータ数をデータ総数とし, 実験ごとに設定した数値を入力する. 周波数を求める数式は以下の式 (11) である. $F(k) = \frac{\Delta N \times \frac{1}{\Delta T_s}}{N} \tag{11}$
振幅の出力	絶対値処理を行ったデータより振幅を求める. 振幅は絶対値処理を行ったデータを標本数の半分の数値で割ることで求めることができる.

**Table 4** Calculation condition.

	波形 A	波形 B
振幅 [m/s <sup>2</sup> ]	1	1
角振動数 [rad/s]	6135.9	12566.4
周波数 [Hz]	976.5	2000
初期位相 [rad]	0	0
サンプリング周期 [s]	0.0004	0.0004
サンプリング周波数 [Hz]	2500	2500
ナイキスト周波数 [Hz]	1250	1250
データ数	256	256



**Fig. 4** Time waveform of waveform B.

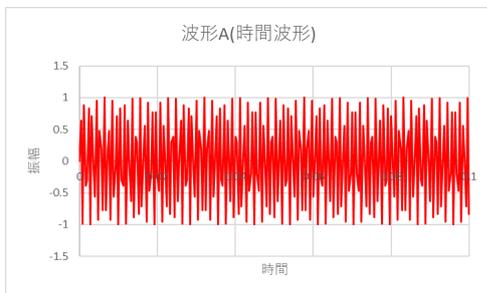
Table 4 より, 波形 A はナイキスト周波数が時間波形の周波数より高いため標本化定理を満たし, 波形 B ではナイキスト周波数が時間波形の周波数より低いため, 標本化定理を満たさない波形である.

**4.2 結果と考察**

実験結果として Fig. 5 に波形 A の周波数波形, Fig. 6 に波形 B の周波数波形, Table 5 に各波形の最大値, Table 6 に周波数波形において周波数スペクトルの最大値を示した周波数を示す.

**Table 5** Maximum amplitude and maximum frequency spectrum for each waveform.

	波形 A	波形 B
振幅 [m/s <sup>2</sup> ]	1	0.9511
周波数スペクトル	1	0.9353



**Fig. 3** Time waveform of waveform A.

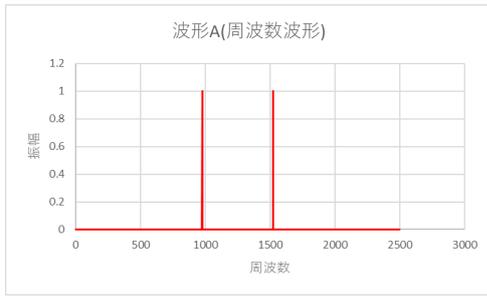


Fig. 5 Frequency spectrum of waveform A.

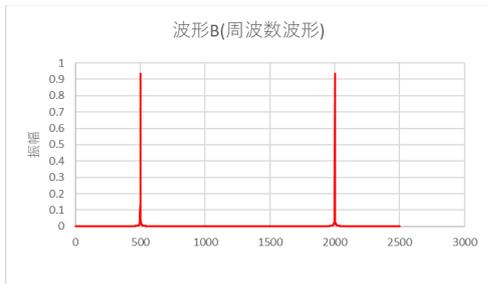


Fig. 6 Frequency spectrum of waveform B.

Table 6 Frequency at the maximum value of the frequency spectrum for each waveform.

	波形 A	波形 B
周波数 [Hz]	976.5	499.9

Table 5 より、波形 A の最大値は一致したが、波形 B の最大値は一致せず、Table 4、Table 6 より、時間波形と周波数波形の周波数について、波形 A は一致したが波形 B では一致しなかった。また、エイリアシングの有無について波形 A ではエイリアシングは確認されなかったが、波形 B ではエイリアシングが確認された。このことから、標本化定理を逸脱した計算条件では、計算結果に誤差が生じることが確認された。

Fig. 7、Fig. 8 に波形 A、波形 B の周波数波形を成分ごとに示す。

Table 4 より、サンプリング周波数は 2500Hz、ナイキスト周波数は 1250Hz であり、標本化定理より実験 I の周波数波形は 1250Hz で折り返しを行う。このことは Fig. 7、Fig. 8 から確認でき、サンプリング周波数である 2500Hz まで解析を行う。波形 A では周波数分解能として示される式 (4) が適切であるため、周波数波形においては時間波形の周波数で周波数スペク

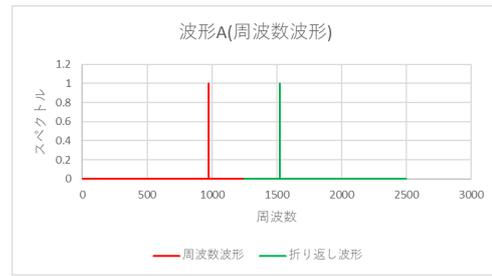


Fig. 7 Frequency spectrum of waveform A and folded waveform.

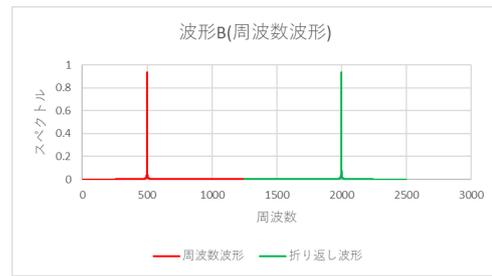


Fig. 8 Frequency spectrum of waveform B and folded waveform.

トルの最大値を示した。一方、波形 B においては、式 (4) を満たしていないため、下記の式 (12) より、架空の周波数  $f_a$  の波形として周波数解析が行われる。

$$f_a = f_s - f = 2500 \text{ Hz} - 2000 \text{ Hz} = 500 \text{ Hz} \quad (12)$$

式 (12) より、解析前の時間波形が 500Hz として処理されたことから、Table 6 より周波数スペクトルが最大値を示した周波数と一致し、エイリアシングが確認された。

以上の結果より、サンプリング周期の決定には時間波形の周波数とサンプリング周波数の関係は式 (4) で示され、数値シミュレーションの結果における標本化定理の妥当性が示された。

### 5. 実験 II：積分処理

本項では、加速度波形における時間積分より速度波形および変位波形の変換を実施し、計算結果の妥当性を検証する。検証方法として時間積分の結果による波形形状の確認と各波形の最大値より厳密解との比較を行う。

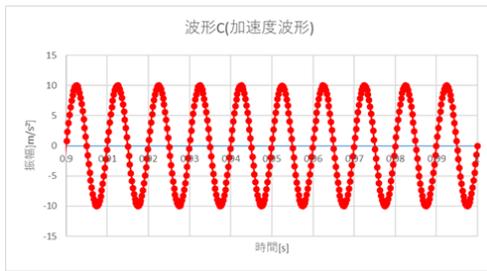
### 5.1 計算条件

実験 II にて検証をする波形 C の条件を Table 7 に示す。

**Table 7** Calculation condition.

振幅 [m/s <sup>2</sup> ]	10
角振動数 [rad/s]	628.3
周波数 [Hz]	100
初期位相 [rad]	0
サンプリング周期 [s]	2.44
サンプリング周波数 [Hz]	4098.4
ナイキスト周波数 [Hz]	2049.2
データ数	4096

また, Fig. 9 に Table 7 に示す波形 C の加速度波形を示す。



**Fig. 9** Acceleration waveform of waveform C.

波形 C は加速度波形であり, 時間積分によって速度波形, 変位波形への変換を行う。また, 積分手法として台形積分を用いることから実験結果より示される解は近似解である。

厳密解として示す加速度, 速度, 変位の定義式を式 (13), 式 (14), 式 (15) に示す。

$$A = \omega^2 D = (2\pi f)^2 D \quad [\text{m/s}^2] \quad (13)$$

$$V = \frac{A}{\omega} = \frac{A}{2\pi f} \quad [\text{m/s}] \quad (14)$$

$$D = \frac{V}{\omega} = \frac{V}{2\pi f} \quad [\text{m}] \quad (15)$$

速度及び変位の定義式は式 (13) の変形である。また, 各パラメータで用いる単位は Table 2 の通りであり, 実験で用いた式として単位変換を含めた式を式 (16),

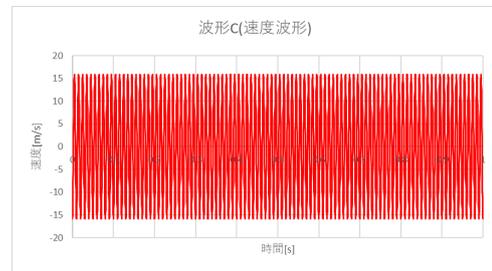
式 (17) に示す。

$$V = \frac{A}{\omega} \times 10^3 \quad [\text{mm/s}] \quad (16)$$

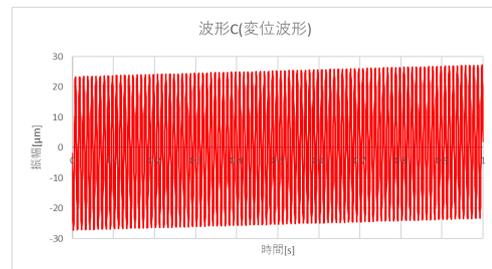
$$D = \frac{V}{\omega} \times 10^3 \quad [\mu\text{m}] \quad (17)$$

### 5.2 結果と考察

実験結果として Fig. 10 に波形 C の速度波形, Fig. 11 に波形 C の変位波形, Table 8 に Fig. 9, Fig. 10, Fig. 11 の振幅について厳密解と計算結果を示す。また, Fig. 10, Fig. 11 の周波数波形を Fig. 12, Fig. 13 に示す。本項で示す速度及び変位についての計算結果は式 (16), 式 (17) を用いて算出する。



**Fig. 10** Velocity waveform of waveform C.



**Fig. 11** Displacement waveform of waveform C.

**Table 8** Amplitude values of acceleration, velocity, and displacement waveforms.

	厳密解	計算結果
加速度波形 [m/s <sup>2</sup> ]	10	10
速度波形 [mm/s]	15.92	15.89
変位波形 [μm]	25.33	27.14

Table 8 より, 加速度波形の時間積分及び速度波形の時間積分によって示された各振幅値は, 厳密解と異

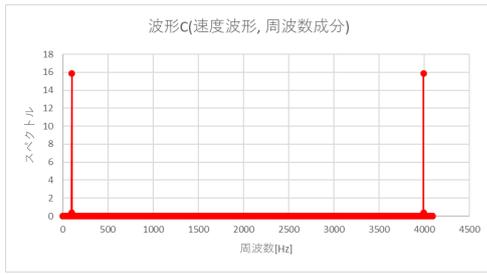


Fig. 12 Frequency spectrum for velocity waveform of waveform C.

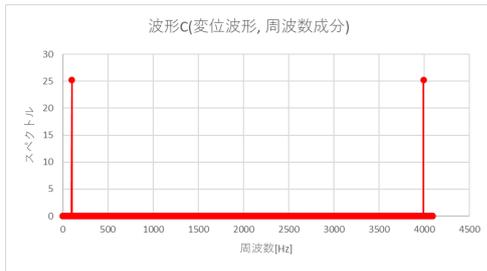


Fig. 13 Frequency spectrum for displacement waveform of waveform C.

なる数値を示した。また, Fig. 11 より, 変位波形の数値は時間経過ごとに増加していることが確認された。

確認された実験結果より, 時間波形の積分では厳密解と計算結果の間に乖離が生じた。これらの考察として, 長時間の積分による誤差の増加が実験結果に影響していることが予想される。実験原理より, 変位波形に含まれる低周波成分の積分<sup>7)</sup>では, 時間経過とともに誤差の累積が進行することから, Table 8 の結果が示されたと推察される。

周波数応答に含まれるオフセット要素 (定常位置偏差) を DC(Direct Current) 成分という。DC 成分はステップ入力で示される直流成分であり, 解析波形として示される周波数応答とは別の要素を含む信号である。一般に時間波形に含まれる DC 成分は低周波ノイズに分類され, ステップ入力信号として処理される。

加速度波形に含まれている DC 成分はステップ入力信号である。時間波形に含まれる DC 成分を一定の定数  $z$  として扱くと加速度波形  $f(t)$  の時間積分により, DC 成分にも積分処理が施される。加速度波形  $f(t)$  から速度波形への時間積分により DC 成分  $z$  は一次関数, 速度波形  $f(t)^*$  から変位波形への時間積分により

DC 成分  $zt + C_1$  は二次関数で示される。

$$f(t) = \int z dt = zt + C_1 \tag{18}$$

$$f(t)^* = \int (zt + C_1) dt = \frac{z}{2}t^2 + C_1t + C_2 \tag{19}$$

加速度波形, 速度波形, 変位波形より DC 成分の概形をグラフとして Fig. 14, Fig. 15, Fig. 16 に示す。式 (19) より, 経過時間を  $0 \leq t$  の範囲とすれば, 二次関数で示されるノイズ成分は時間経過とともに増加していくため, 誤差値は時間の経過とともに増加することが波形に含まれる DC 成分により示される。

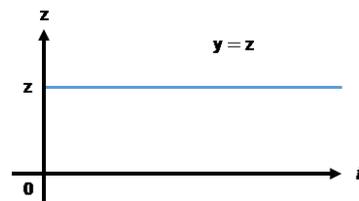


Fig. 14 Direct current component of acceleration waveform.

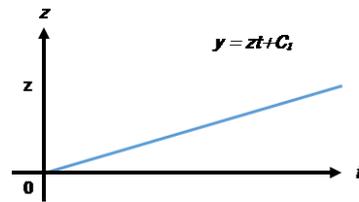


Fig. 15 Direct current component of velocity waveform.

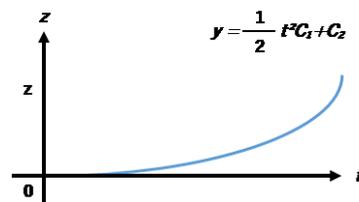


Fig. 16 Direct current component of displacement waveform.

Fig. 15 より, 速度波形の DC 成分においても時間経過による増加が確認されるが, Fig. 10 の速度波形では, 波形の増加が見受けられない。これは, 速度波形の DC 成分が一次関数で示されることから, 振幅値の増加傾向は時間経過ごとに一定の量であるためであ

ることが予想され, 長時間の記録を実施すれば波形からも振幅の増加傾向が確認されることが予想される.

考察より DC 成分は時間経過とともに誤差として増加することを示したが, 一方でその対策として, 時間波形の FFT 変換を行い, 周波数スペクトル近傍で発生するノイズ成分の除去した後, IFFT 変換を行い, 波形の生成する方法が挙げられる. 対策の結果として, Fig. 17, Fig. 18 にノイズ除去後の Fig. 12 および Fig. 13 に対する IFFT 変換を示す.

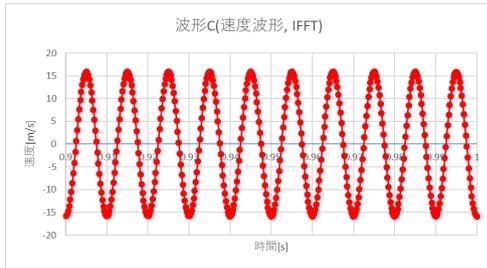


Fig. 17 Inverse Fourier transform for velocity waveform of waveform C.

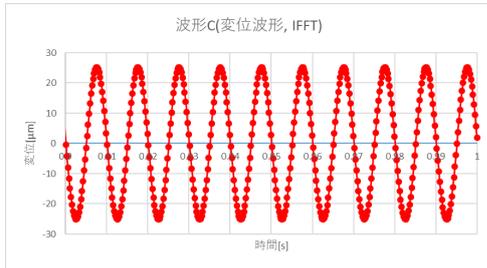


Fig. 18 Inverse Fourier transform for displacement waveform of waveform C.

Fig. 17, Fig. 18 ともに波形の数値は時間経過ごとに増加していないことが確認された. また, Table 9 に振幅について厳密解と計算結果との比較を示す.

Table 9 Comparison between exact solution and calculated result.

	厳密解	計算結果
速度波形 [mm/s]	15.92	15.89
変位波形 [μm]	25.33	25.22

Table 8, Table 9 を比較すると, ノイズ除去後に IFFT 変換したものが, 振幅は厳密解に近づいていることが確認できた.

## 6. 実験 III : FFT 解析

本項では, FFT 解析における周波数スペクトルの観察を実施し, 計算結果の比較および検証を実施する. これにより漏れ誤差の挙動, 窓関数を合成した際の波形の生成及び FFT 解析より計算結果の妥当性を検証する.

### 6.1 計算条件

実験 III にて検証をする各波形の条件を Table 10 に示す. また, Fig. 19, Fig. 20, Fig. 21, Fig. 22 に Table 10 に示す各波形の時間波形を示す.

波形 G に用いる窓関数として式 (9), Fig. 2 に示すハミング窓を用いる.

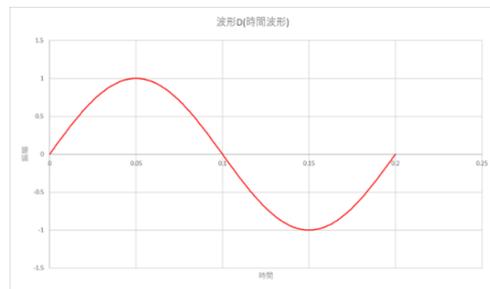


Fig. 19 Time waveform of waveform D.

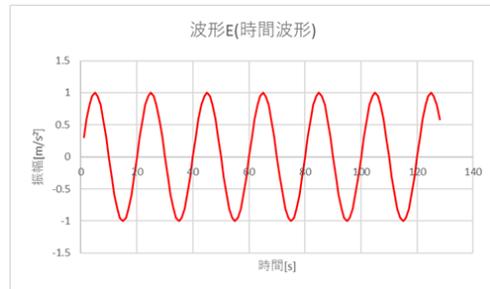


Fig. 20 Time waveform of waveform E.

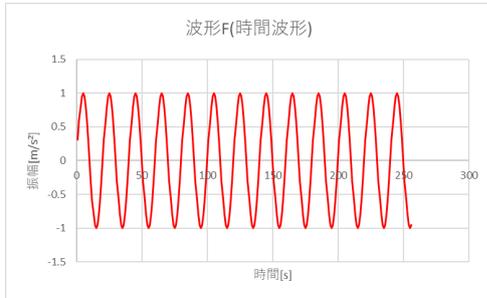
### 6.2 結果と考察

実験結果として Fig. 23 に波形 D の周波数波形, Fig. 24 に波形 E の周波数波形, Fig. 25 に波形 F の周波数波形, Fig. 26 に波形 G の周波数波形, Fig. 27 にハミング窓を合成した時間波形 G, Fig. 28 に Fig. 27 の周波数波形を示す. また, Table 11 に波形

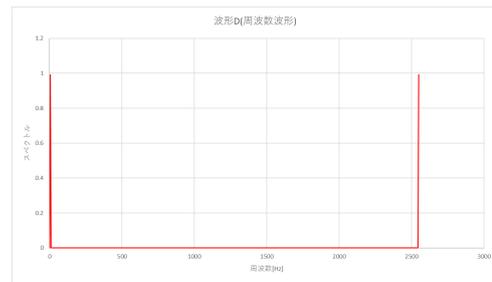
**Table 10** Calculation condition.

	波形 D	波形 E	波形 F	波形 G
振幅 [m/s <sup>2</sup> ]	1	1	1	1
角振動数 [rad/s]	31.42	31.42	31.42	1570.8
周波数 [Hz]	5	5	5	250
初期位相 [rad]	0	0.3	0.3	0
サンプリング周期 [s]	0.0004	0.01	0.01	0.0004
サンプリング周波数 [Hz]	2500	100	100	2500
ナイキスト周波数 [Hz]	1250	50	50	1250
データ数	4096	128	256	4096

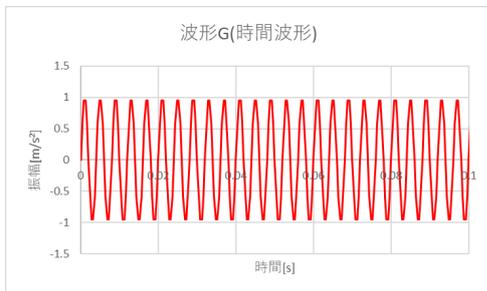
D, 波形 E, 波形 F の最大振幅と周波数スペクトルの最大値, Table 12 に波形 G の最大振幅と周波数スペクトルの最大値, Table 13 に波形 G の周波数スペクトルの最大値を示した周波数を示す.



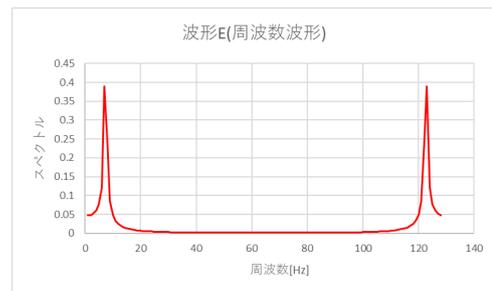
**Fig. 21** Time waveform of waveform F.



**Fig. 23** Frequency spectrum of waveform D.



**Fig. 22** Time waveform of waveform G.



**Fig. 24** Frequency spectrum of waveform E.

Fig. 19, Fig. 23, Table 11 より, 波形 D の FFT 解析では, 理論通りの周波数スペクトルが検出されたが, Fig. 20, Fig. 21, Fig. 24, Fig. 25, Table 11 より, 波形 E, 波形 F の FFT 解析では, 漏れ誤差が確認された.

漏れ誤差の理由として, 実験原理より FFT 解析に

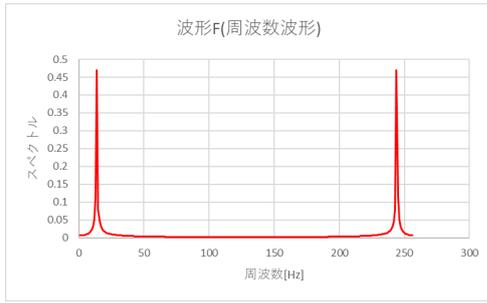


Fig. 25 Frequency spectrum of waveform F.

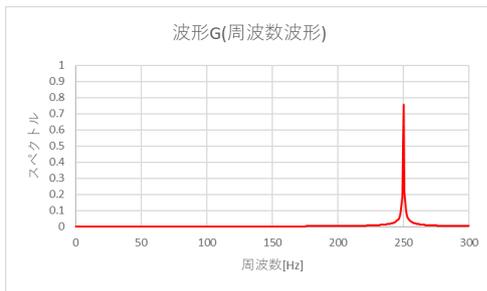


Fig. 26 Frequency spectrum of waveform G.

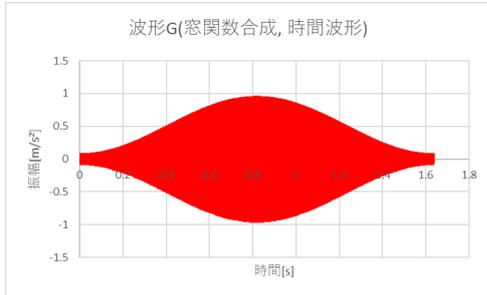


Fig. 27 Time waveform of waveform G synthesized by the window function.

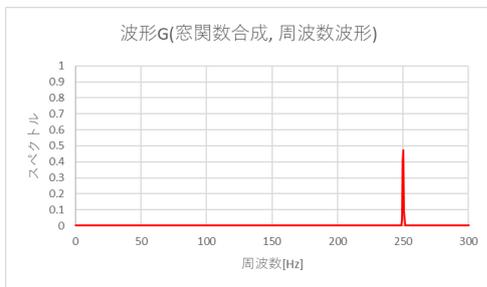


Fig. 28 Frequency spectrum of waveform G synthesized by the window function.

Table 11 Maximum amplitude and maximum frequency spectrum for each waveform.

	波形 D	波形 E	波形 F
最大振幅 [m/s <sup>2</sup> ]	1	1	1
周波数スペクトル	0.9997	0.3902	0.4699

Table 12 Maximum amplitude and maximum frequency spectrum of waveform G and G synthesized by the window function.

	波形 G	波形 G (窓関数合成)
最大振幅 [m/s <sup>2</sup> ]	1	0.951
周波数スペクトル	0.756	0.475

Table 13 Frequency at the maximum value of the frequency spectrum of waveform G and G synthesized by the window function.

	波形 G	波形 G (窓関数合成)
周波数 [Hz]	250.24	250.24

より得られる計算結果は、時間波形の一区間が連続しているものとして計算を実行する。そのため、解析に用いる波形の始点と終点に位相差がある場合、波形の位相差は過渡的な信号として接続され処理が実行される。そこで、上記を確認するために、Fig. 29, Fig. 30 のような始点と終点に位相差ある波形 E, 波形 F に対して、同じ波形を接続した。ただし、位相差部分は線形補間によって架空の波形として表す。以後、この波形を解析波形と呼ぶことにする。

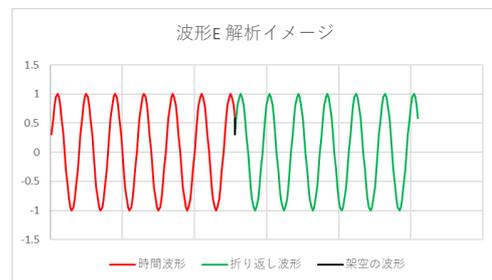


Fig. 29 Analyzed waveform of waveform E.

次に連続して生成された時間波形と解析波形の位相差について調べる。Fig. 31, Fig. 32 に波形 E, 波形 F の同じ波形を接続した波形と時間波形の位相差を

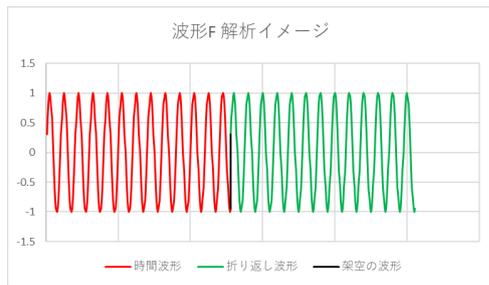


Fig. 30 Analyzed waveform of waveform F.

示す。

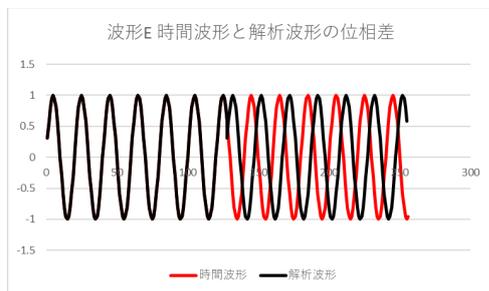


Fig. 31 Phase difference between time waveform E and analytical waveform E.

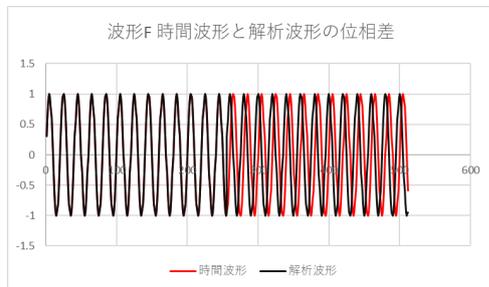


Fig. 32 Phase difference between time waveform F and analytical waveform F.

解析に用いる任意の周期において、解析波形と時間波形の間に位相差が生じたことから、本来の時間波形とは乖離した架空の波形として FFT 解析が実施され、漏れ誤差が生じることが確認された。また、Fig. 24, Fig. 25, Table 11 の比較より、波形 F の漏れ誤差は波形 E の漏れ誤差に比べて少ないことが確認され、Fig. 30, Fig. 31 より、漏れ誤差の大きさは時間波形と解析波形の位相角差には依存しないことが窺える。このことから、漏れ誤差の抑制方法としてサンプリング周期を小さな値で設定することが有効だと示された。

Fig. 22, Fig. 26, Table 12 より波形 G の FFT 解析では漏れ誤差が確認された。また、Fig. 27, Fig. 28, Table 12 よりハミング窓を合成した波形 G の FFT 解析においては、最大周波数近傍に誤差値が確認されなかったが、窓関数を合成しない波形と比較して周波数スペクトルの減衰が確認された。

Fig. 33 に波形 G の周波数スペクトルの比較を示す。

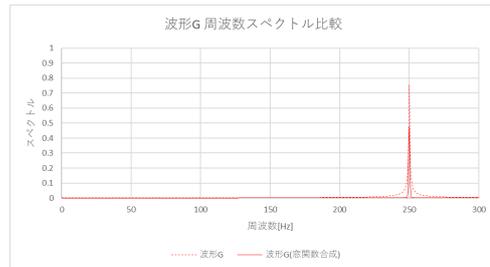


Fig. 33 Comparison of frequency spectrum of waveforms G and G synthesized by the window function.

この結果は実験原理より示された窓関数の特性と一致する。このことから、漏れ誤差による周波数スペクトル近傍での誤差値の抑制と周波数スペクトルの減衰は、窓関数に起因するものであることが示された。また、Table 12 より窓関数の合成から周波数スペクトルの最大値を示す周波数の誤差は確認されなかったことから、窓関数は出力される周波数スペクトルの減衰にのみ作用することが示唆された。

以上の結果より、周波数スペクトルに示される漏れ誤差は解析波形の不一致によるものであることが示され、窓関数の導入により解析波形の不一致を解消できることが示された。また、窓関数導入時の周波数解析においては、周波数スペクトルの減少が確認され、スペクトル近傍の誤差値の解消が確認された。

## 7. 結 論

本研究により確認された事項を示す。まず標本化定理より、周波数分解能はサンプリング周期に依存することがわかった。標本化定理を満たさない波形の FFT 解析ではエイリアシングが確認された。周波数成分に現れるエイリアシングは、時間波形に含まれない折り返し波形によるものである。

次に、加速度波形の時間積分より、速度波形及び変位波形の生成した。数値解析による時間積分処理では、時間経過ごとに誤差値が増加した。また、ノイズ除去

後に IFFT 変換したものの方が, 振幅は厳密解に近づいていることが確認できた。

さらに, 不連続なデータを用いた FFT 解析では, 漏れ誤差を確認した。漏れ誤差は周波数分解能が高いほど抑制できた。時間波形への窓関数の導入により, 周波数スペクトル近傍の誤差値を抑制できた。時間波形への窓関数の導入により, 周波数スペクトルの減少を確認した。

以上の結果より, 実験原理による厳密解とおおよそ同様の近似解が示され, 振動診断法の妥当性が確認された。また, シミュレーション結果が近似解である性質上, 微小な誤差が確認される場面もあり, 長時間のシミュレーションでは誤差の累積による厳密解との差異が確認された。

#### 参考文献

- 1) 豊田 利夫: 電気学会論文誌, D, 産業応用部門誌, **107** (1987), 570-576.
- 2) “能力基本調査結果概要 (令和 2 年度)”, <<https://www.mhlw.go.jp/toukei/list/dl/104-02b.pdf>>, (参照 2022-02-21).
- 3) 岩田佳雄, 佐伯暢人, 小松崎俊彦, 機械振動学, 数理工学社, 2017, 213.
- 4) 武田信之, 詳解 振動工学, 共立出版, 2010, 147-148.
- 5) 日本機械学会編, 振動・騒音計測技術, 朝倉書店, 1985, 61-62, 68-70.
- 6) “太田良巳, アイダン・オメル, 加速度から変位を求める積分手法と実地震記録への適用”, <[http://www2.scc.u-tokai.ac.jp/www3/kiyou/pdf/2007vol15\\_2/oota.pdf](http://www2.scc.u-tokai.ac.jp/www3/kiyou/pdf/2007vol15_2/oota.pdf)>, (参照 2022-02-05).
- 7) “野坂彌蔵, 林隆一, 加速度波形の積分について”, <[https://irides.tohoku.ac.jp/media/files/earthquake/eq/20160416\\_kumamotoeq\\_ohno.pdf](https://irides.tohoku.ac.jp/media/files/earthquake/eq/20160416_kumamotoeq_ohno.pdf)>, (参照 2022-02-04).
- 8) 日本機械学会編, 振動・騒音計測技術, 朝倉書店, 1985, 70-72.